مقدمة للرياضيات *

الفصل الأول : الطبيعة المجردة للرياضيات

يتوق المبتدىء بدراسة الرياضيات الى الشروع السريع فى الأعمال الطريفة التى يعالجها هذا العلم ؛ فقد سمع أنه بمساعدته توزن النجوم ، وتحصى بلايين الذرات فى قطرات الماء . وان المتعة النظارية بأفكاره ، والسلامة المنطقية فى أساليبه ؟ لتقوى هـذا الأمل فى نفس المبتدىء ، كما تقويه التطبيقات العملية المهمة له . لكنه سرعان ما يتعرض للشعور بالخيبة حين يجد أن هذا العلم العظيم يتملص أحيانا من تشبثات قوانا الفكرية أن تمسك به ، فهو أشبه بشبح واند هملت الذى قد تتصوره هنا وهناك ، واذا هو يختفى من بين يديك اختفاء السراب ؛ على أنه اذا كان الشبح الموهوم أدق من أن نقبض عليه بطرائقنا مهمــا بلغت من العنف ، فان ما نراه من الرياضيات لا يوحى امكان الوهـم أو انخداع الحواس . واذا ما جاز فيها استعمال العنف ، فيجب أن يكون تجاه النتـائج التافهة التى تحتل صفحات الأبحاث الأولية فى الرياضيات .

ان سبب خيبة هذا العلم أن يحافظ على شهرته ، هو أن الأفكار الأساسية فيـه لا توضح للطالب وحدها ، بل هى متعلقة بالطريقة الفنية التى ابتدعت لتيسير عرض تلك الآراء فى أمثلة معينة ، وعلى ذلك يجد المتعلم المسكين نفسه كيما يحرز بعض المعلومات يتخبط فى جملة من التفاصيل لا تربط بين أجزائها فكرة ما عامة . لاشك أن الاحاطة بالمواد الفنية الأساسية شرط أولى للفعاليات الفكرية القيمة ؛ اذ كيف تتذوق مثلا نغمات (ملتون) الشعرية ، أو وجد (شلى) اذا كان علينا أن نتهجى الكلمات ، ولسنا واثقين بمعرفة أشكال الحـروف على الانفراد ؟ وبهـذا المعنى لايوجد طريق معبـد فى كيفيـة تحصيل العلم ، الا أن قصر الانتباه من جهة ثانية على الطرق الفنية ، وصرف النظر عن الاهتمام بالآراء العامة ، لا يقل خطأ عما سبق ، وهو شأن المتحذلقين .

ليس الغرض من الفصول الآتية تعليم الرياضيات ، بل جعل المتعلم قادرا ــ منـذ البدء ــ على معرفة ماهية هذا العلم ، وافهامه لماذا يعد بحكم الضرورة أساس التفكير الصحيح

(*) تأليف وايت هيد ، وترجمة الأستاذ محيي الدين يوسف .

فى دراسة الظاهرات الطبيعية • وكل اشارة تالية الى استنتاجات تفصيلية فى كل ناحية من نواحى هذا العلم ، ستذكر على سبيل المثال ، وسيعنى بتوضيح الفكرة العامة للموضوع على ما قد يعترض بين حين وآخر من عمليات فنية أو رموز لا يفهمها القارىء •

يتعرف الكثير من الناس بالرياضيات أول مرة بدراسة الحساب بالأمثلة الحسابية لقضية رياضية بسيطة يعرفها كل واحد ، وهى أن ٢ + ٢ = ٤ ، فالحساب اذن موضوع صالح لتحرى اكتشاف أبرز ميزة لهذا العلم •

وأول حقيقة ملحوظة عن الحساب ، هى استخدامه فى كل شىء : فى الأذواق والأصوات والتفاح ، وفى الزوايا ، وفى خواطر العقل وعظام الجسم ؛ لأن طبيعة الأشياء لا دخل لها فى الأمر بتاتا ، فان ٢ + ٢ = ٤ تصح فى كل الأشياء ، لذلك نسجل أن الميزة البارزة للرياضيات هى أنها تتعامل بصفات وآراء تنطبق على الأشياء لمجرد أنها أشياء ، أى بصرف النظر عن كل المشاعر الخاصة أو العواطف أو الاحساسات المرتبطة بها بأى شكل كان • وهذا هو المقصود بالقول : « ان الرياضيات علم مجرد » •

والنتيجة التى توصلنا اليها جديرة بالتأمل ، فمن الطبيعى أن نظن أن العلم المجرد لا يمكن أن يكون ذا أهمية كبيرة فى أعمال الحياة البشرية ؛ لأن أبحاثه لا تتطرق الى ما له فائدة حقيقية •

ومما يذكر هنا أن للكاتب (سويفت) رأيين فى هذا الأمر ذكرهما فى سياق قصته عن رحلة (كلفر) الى جزيرة (ليوتا) ، فهو يصف رياضيى ذلك البلد بأنهم قوم سخفاء العقول وخياليون لا خير فيهم ، وأن الرجل منهم لا يفيق من تأملاته الا اذا لطم وجهه ، ولهم خدم مختصون بذلك • ويصف خياطا رياضيا قاس له طوله (أى طول كلفر) بالربعية (Quadrant) ــ وهى آلة تستعمل فى وجدان المسافات والارتفاعات ، تشبه السكستانت ــ السدسية ، الا أن تقسيماتها تقع على ربع دائرة ، لا على سدسها ــ ثم استنتج له بقية قياساته مستعينا بالمسطرة والفرجال ، وكانت النتيجة أن خاط له ثوبا لا يصلح له • ومن ناحية ثانية حكم رياضيو (ليوتا) فى البلاد ، واستطاعوا أن يحفظوا سيطرتهم على رعاياهم باختراعهم العجيب لجزيرة « ممغنطة » تقوم فى الهواء ، الا أن (سويفت) فى الحقيقة عاش فى وقت غير ملائم للسخرية من الرياضيين المعاصرين ، اذ كان قد ظهر توا كتاب (نيوتن) : « أصول الرياضيات » ، وهو احدى القوى العظيمة التى غيرت العالم الحديث ، فكان (سويفت) كمن يسخر من الزلزال •

ان مجرد تدوين قائمة بما أنجزته الرياضيات من أعمال باهرة ، ليس بالطريقة الوافية لاعطائنا فكرة عن أهميتها ، ونحن جديرون أن نفكر قليلا فى الوصول الى السبب

الأصيل الذى يجعل الرياضيات تبقى خالدة ، بسبب كونها علما مجردا محضا ، من أهم موضوعات الفكر . ولنحاول أن نوضح لأنفسنا بجلاء لماذا يجب أن ننحو فى تعليلاتنا لنظام الحوادث وترتيبها بالضرورة نحوا رياضيا .

تأمل كيف تتلازم جميع الحوادث ، فنحن حين نرى البرق نصغى لسماع الرعد ، وحين نسمع هزيم الرياح نستشرف الى أمواج البحر . وفى برد الخريف تتساقط الأوراق ، وحيثما نظرنا نجد نظاما سائدا وأمورا مترابطة بحيث اذا وقعت بعض الحوادث استطعنا أن نتكهن بما سيجرى بعدها .

وتقدم العلم انما يستند الى اكتشاف هذه الصلات والى العمل بحذق وصبر لبيان أن حوادث هذا العالم الدائم التغير ان هى الا أمثلة من ارتباطات أو علاقات عامة قليلة ندعوها بالقوانين .

وهدف التفكير العلمى أن يستنتج العام من الخاص ، والدائم من العارض ، ويعد سقوط تفاحة ودوران كوكب حول الشمس وتعلق الهواء بالأرض — فى نظر العلم — أمثلة لقانون الجذب العام ، ومظاهر مختلفة لمفعوله ؛ وامكانية تحليل أشد الحوادث العرضية تعقدا الى عناصرها لبيان أنها مظاهر مختلفة لقانون ثابت ، هى النزعة المهيمنة على التفكير الحديث .

لنفكر الآن فى نوع القوانين التى نريدها لنحقق تحقيقا تاما هذا المثل العلمى الأعلى ، اننا نتعرف الحقائق الخاصة بالعالم المحيط بنا بواسطة حواسنا ، فبها نسمع ونذوق ونرى ونشم ونشعر بالحر والبرد وندفع ونلمس ونتألم ونقشعر . وكل هذه احساسات شخصية بحتة ، فان ألم سنى لا يمكن أن يكون ألم سنك ، وبصرى لا يمكن أن يكون بصرك ،بيدأننا نعزو أصل هذه الاحساسات الى العلاقات بين الأشياء التى تؤلف العالم الخارجى ، وعليه لا يقتلع طبيب الأسنان ألم السن ولكنه يقتلع السن . وليس ذلك حسب ، بل نحن نحاول أيضا أن نتصور العالم مجموعة واحدة من الأشياء المترابطة التى تؤثر فى احساسات الناس كافة ، فلا يوجد عالم من الأشياء خاص بحواسى ، وعالم آخر خاص بحواسك ، ولكنه عالم واحد نوجد فيه معا . انها السن نفسها للطبيب والمريض كليهما ، وكلنا نسمع ونلمس العالم الذى نراه نفسه ، فمن السهل اذن أن نفهم أن المطلوب هو وصف العلاقات بين هذه الأشياء الخارجية وصفا لا يعتمد على حاسة مخصوصة ، ولا على مجموعة الحواس لانسان بعينه ، وأنه يجب أن تصف القوانين التى تؤيدها سير الحوادث فى عالم الأشياء الخارجية وصفا حياديا جامعا — ان أمكن —

بحيث تكـون هي هي للعمى والصم ، أو لمخلـوقات أرقى منا فهمـا ، كما هي للرجـل الاعتيادي .

ونحن اذا ما تركنا احساساتنا الآنية جانبا، فالقسم الأكثر فائدة فيمـا يتبقى من مداركنا ـ لوضوحه واحاطته ـ يتألف من الفكر العامة عن الخواص المجردة الأساسية للأشياء، أعني الأفكار الرياضية المجردة المذكورة سالفا . وهكذا حدث . فان البشرية أخذت تسير خطوة خطوة في البحث عن وصف رياضي لخواص الكون دون أن تدرك مغزى ما تقوم به ، وبهذه الوسيلة وحدها يمكن تكوين فكرة عامة عن سير الحوادث طليقة من قيود أناس بأعيانهم ، أو احساسات بعينها ، مثال ذلك أننا اذا سئلنا ، ونحن على مائدة ، وفي يد أحدنا تفاحة يأكلها : ما الشيء الذي كان في متناول حاسـة بصرى ، وحاسـة لمسك ، وحاستي ذوقه وشمه ؟ كان جوابنا جميعا : تفاحة . الا أن العلم في تحليـلاته النهائية يرمي الى وصف التفاحة ، بدلالة أوضاع ذراتها وحركاتها ، ذلك الوصف الذي يتجاهلنا جميعا : أنا وأنت وهو ، كما يتجاهل البصر واللمس والذوق والشم . وهكذا تزودنا الآراء الرياضية ما يستلزمه الوصف العلمي لسير الحوادث، لأنها أعداد مجردة .

وبناء فهم هذا الأمر أحيانا بسبب التفكير فيها في نطاق ضيق ، فقـد كان لدى (فيثاغورس) لمحة عنها حين قال : « ان العدد هو أصل جميع الأشياء » كما أن الاعتقاد في العصور الأخيرة أن التفسير النهائي لكل الأشياء يوجد في ميكانيك (نيوتن) ليس هو في الواقع الا تلميحا عن الحقيقة القائلة : ان العلم كلما تقدم نحو الكمال كان رياضيا بآرائه .

الفصل الثاني : المتغيرات

بدأت نشأة الرياضيات (علما) حين برهن أحد الناس ـ ويرجح أنه كان يونانيا ـ على قضايا لا تتقيد بأشياء معينة خاصة ، بل تنطبق على (أي) الأشياء ، أو على أشـيـاء (ما) . وكان اليونانيون أول من أحدثوا القضايا الهندسية ، بل ان علم الهندسة هو أعظم ما نتجه اليونان في الرياضيات . أما الجبر ، فانه مع التمهيدات اليسـيرة التي خلفهـا المتأخرون من رياضيي اليونان ، مرت عليه عصور قبل أن تتهيأ له بداية موفقة .

وقد ساعد استعمال الحروف بدل الأرقام الحسابية المعينة على تكوين آراء عامة في الجبر تبحث عن (أي) مقدار ، أو عن مقدار (ما) دون تحديده . مثال ذلك ، أننـا اذا قلنا في الحساب : ان ٢ + ٣ = ٣ + ٢ ، تكون تلك حالة خاصة . أما في الجبر ، فاننا

نضع ذلك بصورة عامة ، فنقول : اذا مثلت س ، ص (أى) عددين كانا ، فان س + ص = ص + س كذلك بدلا من قولنا ٣ > ٢ نقول على وجه التعميم : اذا كانت س (أى) عدد ، فلا بد من وجود عدد (ما) ، أو أعداد ، مثل ص بحيث تكون (ص > س)، ولا بأس من الاشارة عرضا الى أن الفرض الأخير ـ ويتجلى كونه فرضا حين يوضع بصيغته النهائية الدقيقة ـ ذو أهمية كبيرة لكل من الفلسفة والرياضيات ، فمنها تنبثق فكرة اللانهاية .

وربما كان تقدم الجبر ـ ونقول (ربما) لأن ما سنذكره هو من باب الحدس ـ متوقفا على معرفة الأرقام العربية التى تم بادخالها اهمال استعمال الحروف الهجائية اهمالا نهائيا فى الرياضيات كأعداد معينة ، ذلك الأمر الذى نبه الرياضيين على الاستفادة من هذه الحروف ، لما فى ذلك من تيسير فنى للدلالة على كميات غير معينة ، كما تقصد بقولنا (أى) عدد أو عدد (ما) . فالرومانيون مثلا كانوا يعبرون عن سنة ١٩١٠ بالحروف Mdccccx ، مع اننا نعبر عنها بالأرقام ١٩١٠ ، وبذلك انفتح المجال أمامنا لاستعمال الحروف فى الرياضيات لأغراض أخرى .

وبعد ظهور الجبر اخترع (نيوتن) و (ليبنتز) حساب التفاضل ، وعقب ذلك ركود فى تقدم فلسفة العلوم الرياضية فيما يخص بالآراء التى سردناها آنفا ، ولم يدرك الرياضيون أهمية الفكرتين (أى) و (ما) وكونهما أساسيتين فى طبيعة الرياضيات الا قبل سنوات قليلة حيث نجم عن ذلك أبواب جديدة فى العلوم الرياضية ليتوغل فيها من شاء من الباحثين .

ولنذكر الآن بعض النصوص الجبرية البسيطة لنعرف معرفة تدقيق كيف تتولد الأفكار الأساسية :

١ ـ (أيا) كانت قيمة س العددية فان س + ٢ = ٢ + س .

٢ ـ لقيمة (ما) من قيم س العددية يكون س + ٢ = ٣ .

٣ ـ لقيمة (ما) أو قيم (ما) من قيم س العددية يكون س = ٢ > ٣ .

وأول مسألة جديرة بالملاحظة هى معرفة المعانى التى يمكن أن تنطوى عليها كلمة (ما) كما استعملت هنا . ففى المثال الأول نقول : لما كانت س + ٢ = ٢ + س صحيحة مهما ، أو (أيا) كانت قيمة س ، فهى اذن صحيحة لكل قيمة (ما) من قيم س ، وهكذا فان (أيا) بهذا النوع من الاستعمال تعنى (ما) ، وان (ما) تتضمن فى معناها (أيا) . أما فى المثال الثانى ، فلا توجد الا قيمة واحدة لـ س تجعل س + ٢ = ٣ ، وهذه القيمة هى العدد ١ . فتدل (ما) فى هذه الحالة على قيمة واحدة ، أى العدد ١ .

وأما في المثال الثالث فان كل قيمة لـ س ، أو أية قيمة لـ س (أكبر) من الواحد تجعل س + ٢ > ٣ ولذلك تدل (ما) في هذا المثال على كل مقدار أو عدد يقع بين الواحد و (أى) ، وتدخل في ذلك الحالتان النهائيتان (الواحد و أى) .

وانه لأمر طبيعي أن نستعيض عن النصين (٢) و (٣) بالسؤالين الآتيين :

٢ . . ما قيمة س التي تجعل س + ٢ = ٣ ؟

٣ . . ما قيم س التي تجعل س + ٢ > ٣ ؟

واذا نظرنا في (٢) وجدنا أن س + ٢ = ٣ هي معادلة، ومن السهل أن نرى أن حلها هو س = ٣ - ٢ = ١ ، واذا ألقينا مثل هذا السؤال ووضعنا معادلة تتضمن معناه كالمعادلة س + ٢ = ٣ سمينا س بالمجهول ، وغاية حل المعادلة هو وجدان هذا المجهول . ولا ريب في أن للمعادلات أهمية كبيرة في الرياضيات ، بل قد يلوح أول وهلة كأن النص (٢) يعرب عن حقيقة أدق وأعمق مما ينطوي عليه النص (٢) ، غير أن ذلك خطأ واضح ، لأن فكرة (المتغير) الذي لاقيمة محدودة له وذلك الذي نعبر عنه بقولنا (أى) أو (ما) انما هو في الحقيقة الفكرة المهمة في الرياضيات . أما فكرة المجهول واستخراج قيمته بحل المعادلة بأقصر الطرق ، فهي على أهميتها تعد ثانوية ، ومن الأسباب التي تجعل الكثير من بحوث الجبر الأولية تافهة ، هو شغل الكتب الدراسية بحل المعادلات . وهذه الملاحظات بأعيانها تنطبق على المتباينة (٣) اذا ما قوبلت بالنص الوارد في (٣) .

انمعظم الدساتير الرياضية المهمة وخصوصا ما يتضمن الفكرة (ما) ، يحتوي على أكثرمن متغير واحد ، فان البحث مثلا عن أزواج الأعداد س ، ص التي تحقق العلاقة س + ص = ١ (سواء أكانت هذه الأعداد صحيحة أم كسرية) ينطوي على فكرة متغيرين مترابطين هما س ، ص . وفي الحالات التي يوجد فيها متغيران تخطر على البال الفكرتان الواردتان في النوعين الأساسيين من النصوص السابقة ، فنقول مثلا : (١) مهما كان زوج الأعداد س ، ص ، أو (أيا) كانت القيمة العددية لكل من س ، ص ، فان س + ص = ص + س و (٢) لبعض الأزواج من العددين س ، ص أو لأزواج (ما) من القيم العددية ل س ، ص يكون س + ص = ١ .

والدساتير التي تشملها الفكرة الواردة في النص (٢) تدعونا الى النظر في مجموعة أزواج الأعداد التي تترابط فيما بينها بعلاقة ثابتة كالعلاقة بين س ، ص حين يكون س + ص = ١ ، واحدى فوائد الدساتير التي تدخل في الفكرة الواردة في النص (١) أي التي تصح في أي زوج كان من الأعداد أنها تساعد على وضع الدساتير من النوع(٢)

بأشكال مترادفة لا حصر لها ، مثال ذلك : أن العلاقة س + ص = ١ يمكن أن توضع بأشكال مترادفة شتى، مثل: س + ص = ١ ،(س - ص) + ٢ص = ١ ،٦س + ٦ص = ٦ ٠٠٠٠الخ ٠ وهي على اختلافها في الشكل تنص على العلاقة نفسها بين س ، ص ، وبذلك يتاح للرياضي الماهر أن يستخدم الشكل الذي يراه أكثر صلاحا للوصول الى مقصده الآني ٠

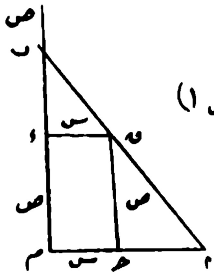
اذا ارتبط حدان بعلاقة ثابتة وفرضت قيمة ما لأحدهما ، فليس من الصواب في الأعم الأغلب القول : أن ذلك يؤدي حتما الى وجدان قيمة معينة للثاني ٠ مثال ذلك : أن س ، ص اذا ارتبطتا بالعلاقة ص = س وفرضنا أن س = ٤ فان ص = + ٢ ، ومعنى ذلك أن كل قيمة موجبة لـ س تقابلها قيمتان لـ ص ٠ أما في العلاقة س + ص > ١ اذا فرضت قيمة ما لأحد الحدين س أو ص ، فان الحد الآخر يمكن أن يأخذ قيما مقابلة لا حصر لها تحقق هذه العلاقة ٠

وفي الموضوع مسألة مهمة أخرى تستدعي الانتباه ، وتتبين عند درسنا للعلاقة س + ص = ١ ففي هذه العلاقة اذا اقتصرنا على التعامل بالأعداد الموجبة فقط (سواء أكانت صحيحة أم كسرية) وجب أن لا تزيد قيمة كل من ص أو س على الواحد الصحيح ٠ فاذا تجاوزت قيمة أحدهما لهذا المقدار فلا يمكن أن تكون قيمة الثاني موجبة ، وعلى ذلك تحصر هذه العلاقة مجال اختيار قيم للمتغير س بالأعداد التي لا تزيد على الواحد الصحيح ، وكذلك الحال في ص ٠ ولنلق نظرة الآن على العلاقة $ص^{٢}$ = س فان اقتصرنا ـ عند اعطائنا أزواج القيم للمتغيرين س ، ص التي تحقق هذه العلاقة ـ على الأعداد الصحيحة فقط موجبة كانت أو سالبة ، وجدنا أن مقابل كل عدد صحيح نعده قيمة لـ ص يوجد عدد صحيح لـ س ، ووجدنا أيضا أن مجال اختيار القيم للمتغير ص من بين الأعداد الصحيحة الموجبة أو السالبة غير محدودة بتاتا ، بخلاف قيم س التي يحد من مجالها قيدان: الأول أن هذه القيم لابد أن تكون موجبة دائما ، والآخر أنه يجب أن يكون كل منها مربعا كاملا كيما تكون ص عددا صحيحا ، وعلى ذلك يكون مجال فرض قيم لـ س محصورا في المجموعة العددية $١^{٢}$ ، $٢^{٢}$ ، $٣^{٢}$ ، $٤^{٢}$ ٠٠٠٠ الخ ، أي من بين ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ٠٠٠٠ الخ ٠

واذا ارتبط أزواج من الاعداد س ، ص بعلاقة ما ، فان دراسة الخواص العامة لهذه العلاقة تتيسر كثيرا باستعمال الرسم البياني ، وهاك التفصيل :

ـ أرسم المستقيمين المتعامدين م س ، م ص ، ثم خذ على امتداد م س ، س من الواحدة (بأي مقياس كان) واحسب ذلك مثلا للعدد س ، وكذلك خذ على امتداد

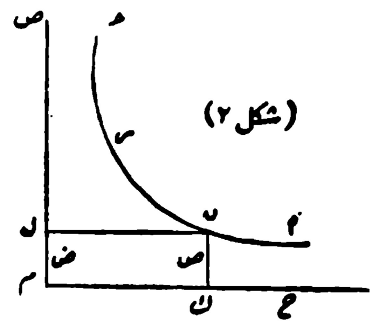
م ص ، ص من الوحدات ، بأى مقياس كان ، وعد ذلك ممثلا للعدد ص ، وبذلك يكون طول م حـ (راجع الشكل ١)الواقع على م س يساوى س من الوحدات وطول م د الواقع على م ص يساوى ص من الوحدات . فاذا أكملنا متوازى الأضلاع م حـ ق د تحـــدث لدينا نقطة ق ، وهى تقابل العددين س ، ص ، وهكذا فان كل نقطة واحدة يقابلها زوج من الأعداد ، وكل زوج من الأعداد تقابله نقطة واحدة ، ويطلق على زوج الأعداد اسم (الاحداثيين) . ويمكن تبيان النقاط التى تحقق احداثياتها علاقة ثابتة بين متغيرين بوضوح ، وذلك بامرار خط بها ان كانت تقع جميعا على خط ، أو بتظليل مساحة ان كانت تقع جميعا على تلك المساحة .



(شكل ١)

وفى الأحوال التى يمكن تمثيـــل العلاقـة بين المتغيرين بمعادلة ما مثـل س + ص = ١ أو ص^{٢} = س تقع النقاط التى تحقق احداثياتها العلاقة المبينة بالمعادلـة الأولى جميعا على خط مســتقيم . أما المبينة فى المعادلة الثانية ، فتقع على خط منحن . واذا أخذنا بنظر الاعتبار الأعداد الموجبة فقط ، فالنقاط التى تحقق احداثاتها س + ص = ا تقع على الخط المستقيم ا ب شكل ١ ، أى أن احداثى كل نقطة واقعة على المستقيم ا ب هما عددان موجبان يساوى مجموعهما ١ ، . وفيه م ا = ١ . م ب = ١ . وعلى ذلك يمثل هـذا الجزء المعـين من المستقيم غير المحدود بشكل تصويرى خواص العلاقـة بين المتغـيرين س ، ص ضمن حدود الأرقام الموجبة .

ان دراستنا للعلاقة بين الضغط والحجم فى درجة حرارة ثابتة لكتلة معلومـة من مادة ، غازية ، كالهواء أو غاز الفحم أو البخار ، تمدنا بمثال آخر للعلاقة بين متغيرين . فان فرضنا أن ح هى حجم الغاز بالأقدام المكعبة ، وان ض هى مقدار الضغط بالباوندات، كمية ثابتة بشرط أن لا تبدل درجة الحرارة خلال فترة التغير . ولنفرض مثلا أن كمية الغاز فى الأحوال المحيطة بها تجعل من الممكن أن يكون ح ض = ا (مع علمنا أن مقدار العدد على الجهة اليسرى من المعـادلة لا أهميـــة رئيسة له) فلأجل وضع صورة بيانية لما ســـبق نرسم الخطين المتعامدين م ح ، م ض ، ونأخذ على أولهما البعد م ك ليمثل العدد ح من الوحـــدات الحجمية (أىّ عدد الأقدام المكعبة) ، ونأخذ على الثانى البعد م ل ليمثل العـدد ض من وحـــدات



(شكل ٢)

الضغط (أى عدد باوندات الضغط على الانج المربع الواحــد) ، ثم نكمل المتوازى الأضلاع م ك ن ل ، فنجد نقطة ن • وهى تمثل حالة الغاز الذى يكون حجمه ح اذا كان الضغط الواقع عليه ض • واذا كانت أحوال هــذا الجزء من الغــاز بحيث أن ح ض = ١ فان النقاط جميعها التى تناظر أية حالة كانت من حالات الغاز تقع على الخط المنحنى ا ب حـ ، وهو يتضمن جميع النقاط التى تكون فيها كل من ح ، ض موجبة ، ويكون ح ض = ١ ، وعلى ذلك يصور هذا المنحنى صورة بيانيــة للعــلاقة بين الحجم والضغط • فحين يكون الضغط كبيرا جدا تكون نقطة ن المناظرة لهذه الحالة واقعــة بالقرب من حـ ، أو وراءها على الجزء غير المرسوم من المنحنى، ويكون الحجم فى ذلك صغيرا جدا • أما اذا كان الحجم كبيرا ، فان نقطة ن تقع بالقرب من ا ، أو أبعد منها ، ويكون الضغط قليلا ، وربما احتاج المهندس أو الفيزيائى الى معرفة الضغط الذى يولد حجما معينا • وبهذا ندخل فى قضية البحث عن المجهول ض اذا كان ح عددا معينا الا أن ذلك يقع فى الأحوال الخاصة فقط • ولكننا اذا أردنا الوقوف على الخصــائص العامة للغــاز وتصرفاته ، وجب أن نأخذ بنظر الاعتبار الشكل العام لجميع المنحنى ا ب حـ ، وكذلك خواصه العامة ، ونقول بتعبير آخر : ان الفكرة الأســاســية حقيقة هى فكرة زوج المتغيرين اللذين يحققان العلاقة ض ح = ١ ، وهذا المثال يوضح لنا لماذا نحسب فكرة المتغيرات أساسية فى الرياضيات النظرية والتطبيقية •

الفصل الثالث : اساليب التطبيق

ان الكيفية التى ظهرت بها فكرة المتغيرات المتصلة بعضها ببعض ، بعلاقة ما ، فى التطبيقات الرياضية ، جديرة بالتفكير • واذا ما خصصنا لها شيئا من الوقت ، فســتنجلى أفكارنا فى الموضوع بأجمعه •

لنبدأ بأيسر الأمثلة، ولنفرض أن القدم المكعبة الواحدة من البناء تكلف من المال درهما واحدا ، وأن الدينار كما هو معلــوم يساوى ٢٠ درهما ، فيترتب على ذلك — فى جميــع الأحوال المعقدة التى تلازم انشاء بيت جديد وفى وسط تيار الاحساســات والعواطف المتنوعة التى تتنازع المالك والمعمار والبناء والعامل والمتفرج ، وترافق عادة نمــاء البيت وتكامله — أن العلاقة بين سعة القدم المكعبة وكلفة المالك تبقى ثابتة بموجب الدســتور المفروض ، أى اذا كانت س عدد الأقدام المكعبة فى البناء ، وكانت ص كلفته مقــدرة بالدنانير ، فان ٢٠ص = س • ومع أن المفروض أن هذه العلاقة بين س ، ص تصــح عند انشاء أى بيت كان لأى مالك كان ، لا يمكن أن يزعم أن الاحساس بحجم البيت

وتكاليفه وادراكهما حدث بتأثير حاسة خاصة ، أو قوة معينة من قوى العقل ، أو أى انسان معين كان . فهما (أى الحجم والكلفة) يذكران ذكرا عاما مجردا ، من غير اكتراث لحالة المالك الفكرية حينما يطلب منه دفع التكاليف .

ولنفكر أبعد من ذلك قليلا لنرى ماذا يعنى كل هذا . ان انشاء بيت هو مجموعة معقدة من الأعمال ، وانه ليستحيل البدء بتطبيق القانون ، أو تحقق صحته الا اذا استطعنا أن نميز خلال السير العام للحوادث أن مجموعة أعمال معينة تؤلف حالة خاصة هى بناء بيت ، ونقول بايجاز : يجب أن نعرف أن هذا بيت عند مشاهدته ، ونعرف أدوار انشائه ، وفى أثناء هذه الأدوار التى عزلناها بالفكر عن سائر الطبيعة يجب أن يكون عنصرا الكلفة والسعة التكعيبية قابلين للتحديد . واذا ما تم تعيين مقدار كل منهما ، وكان القانون صحيحا ، وجب أن تحقق هذه المقادير الدستور : ٢٠ ص = س .

فهل هذا القانون صحيح ؟ ان كل ذى خبرة بالمبانى يعلم أننا قدرنا السعر عاليا بعض الشىء ، وأن البيت الفخم وحده هو الذى يتطلب مثل هذا السعر . وهذا يثير أمرا آخر يجب ايضاحه ، وهو أننا عند اجرائنا الحسابات المتعلقة بالدستور ٢٠ص = س لا يهمنا أن يكون القانون صحيحا أو مغلوطا فيه ، ونقول أكثر من ذلك : لا يهمنا شىء حتى المعانى التى أعطيناها لـ س ، ص ، وهى أن تمثل أولاهما الأقدام المكعبة والأخرى الدنانير . وذلك أننا فى خلال البحث الرياضى لا نتناول فى الحقيقة سوى دراسة خواص العلاقة بين زوجى العددين س ، ص . أما النتائج التى نتوصل اليها ، فتصلح أن تنطبق بالدقة نفسها كما لو كانت ص عدد السماكين وس عدد الأسماك بحيث يكون القانون المفروض أن معدل ما يصطاده السماك الواحد هو ٢٠ سمكة . ان الحقيقة الرياضية الموثوق بها فى هذا البحث تتعلق بالنتائج التى تبين خواص العلاقة ٢٠ص = س حسب ، أى بين زوجى العددين المتغيرين س ، ص مع أنه لا توجد حقائق رياضية موثوق بها بأى شكل كان لما يكلفه البناء الفعلى لأى بيت كان ، وعلى ذلك لا يكون القانون تام الصحة ، ولا تكون النتائج التى ينتجها مضبوطة حق الضبط ، ولعلها كانت مغلوطا فيها الى حد كبير . لاشك فى أن كل ذلك يبدو واضحا جدا الا أنه فى الحالات التى هى أشد تعقيدا لا يوجد فى الحقيقة خطأ أكثر شيوعا من ادعاء أن الحسابات الرياضية اذا كانت طويلة ومدققة فان انطباقها على قسم من حقائق الطبيعة يجب أن يكون حتميا ، ذلك أنه لا يمكن أن تكون نتيجة قضية ما أكثر صحة من مقدماتها المفروضة . ولما كانت جميع الحسابات الرياضية عن سير الطبيعة تبدأ بقانون طبيعى مفروض كالقانون الذى فرضناه آنفا لكلفة البناء ، فان حساباتنا فى وجوب وقوع

حادثة ما مهما كانت مدققة يبقى الشك يخامرنا فى صحة القانون ، ويكاد يكون من المحقق أن النتيجة الدقيقة التى يقررها القانون لا تكون مضبوطة كما ينبغى . وعلى ذلك لاتنطبق النتيجة الواقعية على النتيجة المحسوبة انطباقا تاما حتى فى أفضل الا حوال . ولما كنا لا نملك قوة قادرة على الملاحظة بتدقيق مثلى ، نرى أن قوانيننا غير المضبوطة تكفى فى بلوغ أغراضنا .

لنوجه الآن أنظارنا الى قضية واقعية ، وهى قانون الجذب لـ (نيوتن) فان هذا القانون ينص على أن قوة الجذب بين كل جسمين تتناسب طردا مع حاصل ضرب كتلتيهما ، وعكسا مع مربع البعد بينهما . فاذا رمزنا بـ (م١ و م٢) لكتلتى الجسمين محسوبة بالباوندات و بـ (ل) للبعد بينهما بالأميال ، فان القوة المسلطة على أحد الجسمين الناشئة عن جذب الاخر له باتجاه ذاته تتناسب مع $\frac{ك_1\,ك_2}{ل^2}$ ، وعلى ذلك يكون فى الامكان أن ندون أن هذه القوة تساوى $\frac{ب\,ك_1\,ك_2}{ل^2}$ حيث تكون ب عددا معينا يتوقف مقداره على القيمة المطلقة لهذا التجاذب ، وعلى المقياس الذى تختاره لذرع القوى ، وان رغبنا فى أن نجرى حسابنا بدلالة قوى كوزن كتلة مقدارها باوند واحد ، فمن السهل أن نرى أن العدد الذى تمثله ب يكون فى غاية الصغر . فحينما نفرض أن كلا من ك١ ، ك٢ ، ل تساوى واحدا ، يصبح المقدار $\frac{ب\,ك_1\,ك_2}{ل^2}$ دالا على قوة التجاذب بين كتلتين متساوتين ، مقدار كل منهما باوند واحد ، والبعد بينهما ميل واحد ؛ ويكون قدر التجاذب فى هذه الحالة لا أهمية له .

ومهما كان الأمر فقد توصلنا الى دستور لقوة التجاذب . فاذا سمينا هذه القوة ق ، يكون ق = $\frac{ب\,ك_1\,ك_2}{ل^2}$. وهذا الدستور يعطينا صلة الترابط بين المتغيرات ق ، ك١ ، ك٢ ، ل .

وجاء فى قصة (نيوتن) التى نعرفها جميعا فى الكشف عن قوة الجاذبية أن (نيوتن) كان جالسا فى بستان ، وشاهد تفاحة تسقط من شجرة ، فلمعت فى ذهنه فورا فكرة الجاذبية العامة . وليس من المهم أن تكون الصيغة النهائية للقانون قد خطرت بباله حين كان فى بستان ، أو فى مكان آخر ، فلا شك أنه اذ ذاك فى مكان ما ، ولكن بالنسبة

لأغراضنا يكون من الأفضل تثقيفيا أن ننعم النظر فى الكمية الكبيرة من الآراء التمهيدية التى تمخضت عنها عقول كثيرة خلال عصور عدة كانت ضرورية لامكان صوغ هذا القانون المضبوط . فقد لزم أولا تكوين عادة التفكير الرياضى ، وابتكار أساليب البحث الرياضية مما سبق أن أوضحناه فى الفصلين السابقين ، ولولا ذلك لاستحال على (نيوتن) أن يفكر فى دستور يعبر عن القوة بين أى كتلتين كانتا لأى بعد كان بينهما . ان المصطلحات المستعملة كقوة وكتلة ومسافة كانت هى أنفسها محتاجة الى تعريف . ولنأخذ أيسرها وهى (المسافة) ، فقد يبدو من الوضوح بمكان أن نتصور أن الأشياء المادية تؤلف كلا هندسيا معينا بحيث تتكون الأبعاد بين أجزائه المختلفة قابلة للقياس بأحدى وحدات الطول كالميل أو اليارد ، ويكاد يكون ذلك أول ما يلوح للخاطر عند دراسة مظاهر البنيان المادى ، وهو الثمرة التدريجية لدراسة الهندسة ونظرية القياسات. ومع ذلك ففى قسم من الحالات، بل حتى الآن، يستعمل نوع آخر من التفكير لقياس الأبعاد. ففى الأرضين الجبلية تقاس المسافات بالساعات . فان تركنا المسافة جانبا فان القوة والكتلة أشد غموضا منها . والحقيقة أن التفهم التام للأفكار التى أراد (نيوتن) أن يعبر عنها بهذه الكلمات نمى ببطء ، وأن (نيوتن) نفسه كان أول من أحاط علما بالقواعد العامة للديناميكا .

أخطأ الناس فهم العلم طوال العصور الوسطى بتأثير (أرسطو) وكان من حسن حظ (نيوتن) أنه جاء بعد سلسلة من عظماء الرجال الذين أعادوا تشييد العلم ومهدوا الطريقة الصحيحة للتفكير به ، وخصوصا (غاليلو) فى ايطالية ، وكان ذلك خلال القرنين السابقين له ، فجاء هو فأكمل عملهم بعد أن أصبحت لديه فكرة واضحة ومعينة عن القوة والكتلة والمسافة مع ادراك أهميتها وامكان تطبيق ذلك على سقوط التفاحة وحركات الكواكب . وهكذا عثر على قانون الجذب ، وبرهن على أنه الدستور الذى يصح دائما عند تطبيقه على هذه الأنواع المختلفة من الحركة .

ان الأمر الحيوى فى استخدام الدساتير الرياضية هو أن تكون لديك فكرة واضحة وتقدير صحيح لامكان انطباقها على الظاهرات التى تكون فى قيد الملاحظة . ولم يكن أجدادنا الأقدمون أقل منا تأثرا بأهمية الظاهرات الطبيعية ولا بالرغبة فى اتخاذ الوسائل الفعالة لضبط تالى الحوادث ، فقد كانوا ـ بحكم الآراء الخاطئة التى يقولون بها ـ يقومون بالاحتفالات الدينية الفخمة لتسهيل ميلاد القمر الجديد ، كما أنهم كانوا يضحون القرابين لانقاذ الشمس فى أثناء أزمة الكسوف . وليس فى الأمر ما يدعو الى اعتقاد أنهم كانوا أكثر بلادة منا ، الا أنه فى تلك الحقبة من الزمن لم يتيسر المجال

للتجمع البطىء للاراء الواضحة الصائبة ٠

ويتضح الأسلوب الذى نمت به العلوم الطبيعية حتى اتخذت شكلا قابلا للمعالجة بالطرق الرياضية ، من دراسة تأريخ النماء التدريجى لعلم الكهرمغناطيسية ٠ ان عواصف البرق والرعد تحدث كثيرا فترعب الانسان وتروعه ، وكذلك الحيوان ؟ ولذلك كانت منذ أقدم الأزمنة مبعث نظريات وهمية خرق ، غير أن الكشوف العلمية الحديثة المتعلقة بالكهربا ربما كانت أكثر غرابة من كل تعليل سحرى تصوره المتوحشسون ٠ ثم جاء اليونانيون فعلموا أن الكهرمان « ويدعى باليونانية الألكترون » اذا دلك يجذب الأجسام اليابسة الخفيفة ، وفى عام ١٦٠٠ ب٠م نشر (الدكتور كلبرت) من أهل (كولجستر) أول كتاب فى الموضوع اتبع فيه الطريقة العلمية بعض الشىء ، فقد نسق قائمة بالمواد التى تشابه الكهرمان فى خصائصها ، كما يعود اليه أيضا فضل وجدان علاقة بين الظاهرتين الكهربية والمغناطيسية وان كانت غامضة ٠ وازداد تقدم المعرفة فى أواخر القرن السابع عشر وطوال القرن الثامن عشر ، فصنعت مكائن قليلة للحصول على الشرارات الكهربية ، كما اخترعت جرة ليدن التى أمكن بواسطتها تقوية نتائج هذه المؤثرات ٠ وهكذا تم الحصول على شىء من المعلومات المنظمة ، الا أنه لم تكن قد وجدت بعد آراء رياضية تنطبق على هذا الموضوع ٠ وفى سنة ١٧٥٢ أرسل (فرنكلين) طائرة بين الغيوم ، وأثبت أن البروق كهربية ٠

وفى تلك الأثناء كان الصينيون ينتفعون بخاصية البوصلة المعروفة منذ أقدم العصور « ٢٦٣٢ ق ٠ م » ، ولكنهم ـ كما يبدو ـ لم يربطوا ذلك بفكرة نظرية كائنة ما كانت « بالرغم من مرور آلاف من السنين على معرفتهم هذه الخاصية » ٠

ان التطورات التى تعد بحق عظيمة فى حياة البشر تعود بأصولها الى البحث عن المعرفة لأجل المعرفة ، فان البوصلة لم تعرف فى أوربة الا فى أواخر القرن الثانى عشر بعد الميلاد ، أى بعد مرور أكثر من ٣٠٠٠ عام على بدء استعمالها فى الصين ، ولكن الأهمية التى اكتسبها علم الكهرمنغاطيسية منذ ذلك الحين فى كل ناحية من الحياة البشرية لم تنشأ عن الميل العملى الفائق للأوربيين ، بل نجمت عن حقيقة أن الظواهر الكهربية والمغناطيسية قام على دراستها فى الغرب رجال سيطر عليهم الميل النظرى المجرد ٠

ثم ظهر التيار الكهربى ، ويعود الفضل فى الكشف عنه الى اثنين من الايطاليين ، وهما (كالفانى) عام ١٧٨٠ م، و (فولتا) عام ١٧٩٢ م٠ وقد أدى هذا الاختراع الى احداث سلسلة جديدة من الظاهرات تتطلب البحث والتنقيب ٠ وبهذا أصبح لدى العالم العلمى اذ ذاك ثلاث مجموعات من الحوادث منفصلة بعضها عن بعض ، متجانسة فى

فى نوعها ، وهى : تأثيرات الكهربا الساكنة التى تتولد من مكائن الكهربا الاحتكاكية والظاهرات المغناطيسية وتأثيرات التيارات الكهربية . ومنذ ختام القرن الثامن عشر فصاعدا أخذت خطوط الأبحاث الثلاثة هذه تتشابك وتتصل حتى تألف منها علم الكهرمغناطيسية الحديث الذى ينذر حياة البشر بالانقلاب .

ثم بدأت الآراء الرياضية بالظهور ، ففى العشر السنوات من ١٧٨٠ الى ١٧٨٩ م برهن (كولمبس الفرنسى) أن الأقطاب المغناطيسية تتجاذب أو تتدافع بنسبة عكسية لمربع المسافة بينها ، وأن القانون نفسه ينطبق على الشحن الكهربية . ومما يلفت النظر التماثل العجيب بين هذين القانونين وقانون الجاذبية . وفى سنة ١٨٢٠ اكتشف (أورستد الدنيماركى) أن التيارات الكهربية تبدى قوة تؤثر فى المغناطيس . وتلا ذلك على الفور تقريبا أن وضع (أمبير الفرنسى) دستور هذه القوة بشكل صحيح ، وبرهن أيضا أن التيارات الكهربية يؤثر بعضها فى بعض ، وهاك نبذة مما قاله (كلارك ماكسويل) فى الفصل الثالث من الجزء الثانى من كتابه (الكهربا والمغناطيس) فى ذلك قال : ان العمل التجريبى الذى أثبت به (أمبير) قانون العمل الميكانيكى بين التيارات الكهربية ، يعد من أعظم الانجازات العلمية اللامعة . ويظهر أن كلا من النظرية والتجربة بزغت من فكر (نيوتن) الكهربا (أى كولومب) تامة النماء بالغة أشدها بحيث كانتا كاملتى الشكلين ، ولا يمكن الطعن فى كمالهما ، وقد استخلصنا بدستور جامع يمكن به أن نستنتج جميع الظاهرات الكهربية (وهو الذى سيبقى أبدا الدستور الرئيس لعلم الألكترودناميكا) .

أما القوانين الخطيرة للبحث الكهربى بين التيارات ، أو بين التيارات والمغناطيس ، فقد تم الكشف عنها على يد (مايكل فردى) فى عام ١٨٣١ — ١٨٣٢ م . فلما سئل : « ما فائدة هذا الكشف ؟ » أجاب « وما فائدة الطفل ؟ انه يكبر ليكون رجلا » . وقد كبر الطفل (فردى) وصار رجلا ، وهو الآن أساس جميع المستحدثات الكهربية . وقام (فردى) كذلك باعادة تنظيم الوجهة النظرية لهذا العلم . أما آراؤه التى لم تفهم على حقيقتها بالضبط فى عالم العلم اذ ذاك ، فقد وسعها (كلارك ماكسويل) فى سنة ١٨٧٣م ، ووضعها فى قالب رياضى . وبالبحوث الرياضية التى قام بها (ماكسويل) تبين له أنه تحت أحوال خاصة يجب أن تتولد اهتزازات أو موجات كهربية ، ثم ارتأى فورا أن الموجات التى تولد النور هى كهربية ، وأصبح رأيه هذا موضع الفحص لتحقق صحته ، فتبين أن نظرية النور بكمالها ليست الا فرعا من علم الكهربا الواسع . ثم تلاه (هرز الألمانى) فاقتفى خطوات (ماكسويل) ونجح عام ١٨٨٨ م فى احداث الموجات الكهربية بطرق

كهربية بحتة ، وصارت تجاربه أساس التلغراف اللاسلكى ، وفى السنوات الأخيرة جرت كشوف أساسية مهمة ، ولا يزال هذا العلم مستمرا على النماء والتقدم من حيث الأهمية النظرية والفائدة العملية .

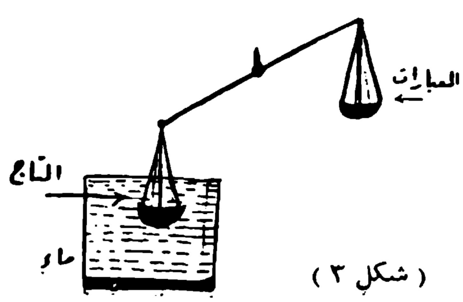
ان هذه النظرية الخاطفة التى ألقيناها على تطور هذا العلم وتقدمه تصور لنا كيف أمكن ـ بالتجارب التى أوحت شيئا فشيئا بالآراء العلمية السديدة ، وأوحت الآراء العلمية بتجارب جديدة ـ أن تنصهر مجموعة من الظاهرات المتفرقة ، بل التافهة ، لتكون منها علم واحد متماسك ، نرى فيه أن نتائج الاستدلالات الرياضية المجردة المستندة الى عدد قليل من القوانين البسيطة المفروضة تزودنا تفسيرا لسير الحوادث المتشابكة المتراكبة العقد .

وأخيرا فلنخط الى ما وراء العلوم الخاصة بالكهرمغناطيسية والضوء ، لنعمم وجهة نظرنا الى أبعد من ذلك ، فنوجه انتباهنا الى نماء الفيزياء الرياضية التى تعد فصلا عظيما من فصول التفكير العلمى ، ولنسأل أولا : ما محمل قصة نمائها بأيسر حالاتها ؟ انها لم تبدأ علما واحدا ، ولم تكن ثمرة زمرة معينة من الناس ؟ فقد كان الرعاة البابليون يرقبون السماء ، كما كان عمال الحكومة فيما بين النهرين ومصر يمسحون الأرضين . أما رجال الدين والفلاسفة ، فكانوا يطيلون التفكير فى الطبائع العامة للأشياء ، فكانت المجموعة الواسعة من أعمال الطبيعة تنسب الى قوى خفية لا يسبر غورها ، والمثل السائر « تهب الريح حيث تشاء » يعبر تعبيرا دقيقا عن جهلهم المطبق اذ ذاك بوجود قواعد ثابتة تتالى على حسب تفاصيلها الظاهرات الطبيعية ، ولكنهم فى الأعم كانوا يعلمون ، كما هو معلوم الآن ، انتظام وقوع هذه الحوادث ، غير أنه لم يكن فى الامكان تقصى اتصالها بعضها ببعض ، بل لم تكن لديهم معلومات عن كيفية البدء بتأليف مثل هذا العلم . ومعظم ما أمكن تتجه كان مبنيا على القليل من الحزر والتخمين المبعثر عن طبائع الأشياء ، ومثلهم فى ذلك كمن يرمى فى الظلام ، فيصيب حينا ويخطىء حينا آخر .

وفى الوقت عينه نتج مسح الأرض علم الهندسة ، كما كشفت مراقبة السماء عن النظام الشمسى ودقة انتظامه . ثم جاء جماعة من اليونانيين المتأخرين ، مثل (أرشميدس) ممن كانت لهم نظرات صائبة فى أوليات قضايا الموائع والبصريات . وفى الحق كان (أرشميدس) الذى جمع العبقرية الرياضية الى اصالة الرأى الفيزيائى خليقا أن يوضع فى صف (نيوتن) الذى جاء بعده بألفى عام فيعد من مؤسسى الفيزياء الرياضية . وكان (أرشميدس) يعيش فى (سيركوز) المدينة اليونانية العظيمة فى (صقلية) ، ويقال : انه أحرق سفن اليونان الذين كانوا يحاصرون هذه المدينة « ٢١٠-٢١٢ ق . م » بأن ركز عليها أشعة الشمس بواسطة المرايا . ومع أن هذه القصة بعيدة الاحتمال جدا ،

فانها شهادة حسنة على ماكان يتمتع به بين معاصريه من شهرة فى البصريات والمناظر • على أنه قتل فى ختام هذا الحصار ، وجاء فى احدى الروايات المنقولة عن (بلوتارخ) عند سرده سيرة (مارسيللس) أن أحد الجنود الرومان وجده غارقا فى دراسته لشكل هندسى كان قد رسمه على أرض الحجرة الترِبة، فأراد أسره ، فلم يطع أمره بسرعة، فقتله• ومن الحق أن يقال لصيانة سمعة القادة الرومان أنهم كانوا قد أصدروا أوامرهم للجنود بأن لايعتدى عليه • وفى الأخبار قصة أخرى مشهورة تحتوى على شهادة ضمنية قوية جدا بعبقريته ، فالكشف الذى يعزى اليه يليق ، عن جدارة ، بمثل نبوغه فى التنقيب الرياضى الفيزيائى • ومن حسن الحظ أنه يسير بحيث يمكن ايضاحه هنا بالتفصيل ؛ لأنه من أحسن الأمثلة السهلة للابانة عن طريقة استخدام الآراء الرياضية فى الفيزياء •

يقال : ان (هيرو) ملك (سيراكوز) أرسل الى أحد الصاغة بمقدار من الذهب ليصنع منه له تاجا ، ثم ظن أن الصائغ قد اختلس قسما من الذهب ووضع فى التاج فلزا رخيصا سبكه مع سائر الذهب ، فأرسل بالتاج الى (أرشميدس) وطلب اليه أن يفحصه • ولو حدث ذلك فى هذا الزمان لأمكن اجراء عدد غير محدود من الفحوص الكيميائية ولكن كان فى ذلك الزمان على (أرشميدس) أن يفكر فيه من حيث هو أمر لم يسبقه مثيل ، ثم خطر له الحل وهو يستحم فى الحمام فما كان منه الا أن قفز وأخذ يجرى فى الشوارع نحو القصر صارخا « يوريكا • يوريكا » أى وجدتها وجدتها • ولو عرفنا اليوم الذى وقعت فيه هذه الحادثة لوجب علينا أن نحتفل به بأنه يوم ميلاد الفيزياء الرياضية • ولما كان (نيوتن) جالسا فى بستانه كان العلم قد بلغ أشده • ولقد كان كشف (أرشميدس) هذا عظيما حقا ، اذ رأى أن الجسم حين يغمر بالماء يدفعه الماء المحيط به الى أعلى بقوة تساوى محصلتها وزن الماء الذى أزاحه • ويمكن اثبات هذا القانون نظريا بالاستناد الى القواعد الرياضية لعلم الموائع كما يمكن تحقق صحته بالتجربة • وعلى ذلك فاذا كان وزن التاج فى الهواء « و » من الباوندات ووزن الماء المزاح « وَ » من الباوندات فان القوة الاضافية الى أعلى اللازمة لموازنة التاج ليبقى معلقا فى الماء تكون « و ـ وَ » من الباوندات • ويمكن استخراج مقدار هذه القوة بوزن الجسم وهو معلق داخل الماء كما ترى فى الشكل الـ « ٣ » •



(شكل ٣)

فاذا كان مقدار « العيارات » فى الكفة ق من الباوندات يكون الوزن الظاهرى للتاج وهو مغمور بالماء ق من

الباوندات ، ويصبح بذلك لدينا :

ق = و - وَ

أى وَ = و - ق

و = و/وَ = و/(و - ق) .... (١) التى يمكن فيها وجدان كل من و ، وَ

بدقة مرضية بطريقة الوزن السهلة . وهكذا يعرف المقدار و/وَ من المعادلة (١) . ولكن

و/وَ هذه هى نسبة وزن التاج الى وزن ما يساوى حجمه من الماء ، وهى نسبة تبقى ثابتة

لكل كتلة من المعدنيات اذا كانت من المادة نفسها ، ويطلق عليها الآن اسم الوزن النوعى للمادة ، وتتوقف على طبيعة المادة الجوهرية لا على شكلها ولا على مقدارها . ولذلك ما كان على (أرشميدس) ليمحص ذهب التاج الا أن يأخذ سبيكة من الذهب الخالص الذى لاشك فى نقائه ويجد وزنها النوعى بالاسلوب عينه فان اتفق الوزنان كان التاج من الذهب الخالص ، وان اختلفا بان الغش فيه .

لقد عالجنا هذه القضية باسهاب ؛ لأنها مثال رائع ساذج لما يجب أن تكون عليه الطريقة والروح العلميان فى الأزمان كلها ، لا لأنها أول مثال مضبوط لاستخدام الآراء الرياضية فى الفيزياء .

ان قتل جندى رومانى لـ (أرشميدس) يرمز الى تطور عالمى هو من الدرجة الأولى فى خطورته ، وهو انتقال سيادة العالم الأوربى من اليونانيين المعروفين بولعهم بالعلوم المجردة الى اليونان الواقعيين . ولقد عرف اللورد (بيكونسفيلد) فى احدى رواياته الرجل الواقعى بأنه الرجل الذى يمارس غلط أجداده . ومع أن الرومانيين كانوا شعبا عظيما أصيب بلعنة العقم الفكرى التى تلازم الواقعية فى العادة ، فلم يحسنوا شيئا من المعلومات التى ورثوها من أجدادهم ، واقتصر تقدمهم على قسم من التفاصيل الفنية الساذجة فى المنشآت الهندسية ، ولم يكونوا من الحالمين أصحاب الخيال الذين يطيلون التأمل حتى يصلوا الى وجوه نظر جديدة تمنحهم سلطانا على قوى الطبيعة أساسيا واسعا ، فلم نسمع أن رومانيا فقد حياته لاغراقه التام فى تأمل الأشكال الهندسية .

الفصل الرابع : الديناميكا اى علم الحركة

كان على العالم أن ينتظر ١٨٠٠ سنة حتى يجد خلفاء للفيزيائيين الرياضيين

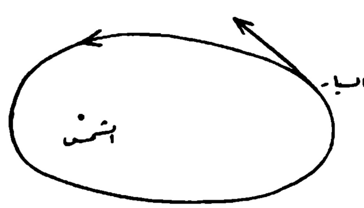
اليونان . ففي القرنين السادس عشر والسابع عشر للميلاد قام ايطاليون عظماء وخاصة (ليونارد) و (دافنس) المفتن (١٤٥٢–١٥١٩) و (غاليليو) (١٥٦٤–١٦٤٢) باعادة الكشف عن السر الذي كان معروفا لدى (أرشميدس) ، وهو ربط الأفكار الرياضية المجردة بالتحريات التجريبية عند دراسة الظاهرات الطبيعية ، وفي الوقت نفسه كان تقدم الرياضيات البطيء ، وتجمع المعلومات الفلكية المضبوطة ، قد جعلا الفلاسفة الطبيعيين في وضع أقوى على البحث والتنقيب ، كما أن حب الظهور والاعتزاز بالنفس والتنافس الذي كان مستفحلا بين مفكري ذلك العصر حملهم على القيام بالتجارب قياما شخصيا ليشاهدوا الحوادث بأنفسهم حتى كشفوا بالتعليل الاستقرائي عن سر العلاقة بين النظرية الرياضية والتجارب العملية . ولقد كان قيام (غاليليو) الفيلسوف برمي عدة أثقال من قمة برج بيزا المائل عملا باهرا يميز ذلك العصر . ومع أنه لا يخلو زمن من رجال للفكر ورجال للعمل ، فقد كانت الفيزياء الرياضية ثمرة عصر تميز رجاله بأن جمعوا بين القدرة الفكرية والرغبة في العمل .

ان اسقاط أثقال من قمة برج يعد صورة رائعة لعمل أساسي في المعرفة لا يقل قيمة عن أول ادراك للآراء الصحيحة في علم الحركة (الديناميكا) ، وهو العلم الأساسي للموضوع برمته . ولقد كانت نقطة الجدل الخاصة تدور حول الأجسام المختلفة الأوزان هل تسقط من ارتفاع واحد في أوان واحد ؟ ذلك أن (أرسطو) ، وكان يعد قوله بالاجماع ، القول الفصل في ذلك العصر ، قد رأى أن سقوط الأجسام الثقيلة أسرع من سقوط غيرها . ولكن (غاليليو) أصر على أنها تسقط في الزمن نفسه ، وبرهن على صحة قوله باسقاط أثقال مختلفة من أعلى البرج المائل . أما الخروج عن هذه القاعدة الذي يشاهد أحيانا ، فله أسباب : كخفة الوزن القصوى ، أو السرعة الكبيرة ، وذلك لما لمقاومة الهواء من تأثير لولاه لظهر القانون مضبوطا .

لم يكن نجاح تجربة (غاليليو) نتيجة حدس موفق ، بل كان ثمرة آرائه الصحيحة في القوة الاستمرارية والكتلة . ولنذكر الآن نص القانون الأول للحركة كما وضعه (نيوتن) ، وهو : كل جسم ، يستمر على حالة السكون ، أو الحركة المنتظمة على خط مستقيم ، ما لم تجبره قوة مؤثرة على تغيير حالته ؟ فقد كان هذا القانون نشيد الانتصار على المكابرين المغلوبين أكثر من أن يكون دستورا جامدا . ولفهم القضية التي هي قيد البحث نحذف جملة : « أو الحركة المنتظمة على خط مستقيم » لنحصل على ما يمكن عده قانون (أرسطو) المضاد ، وهو : « كل جسم ، يستمر على حالة السكون ، ما لم تجبره قوة مؤثرة على تغيير حالته » .

ان هذا الدستور الأخير المغلوط فيه يزعم أنه فى حالة انعدام القوة يستمر الجسم على حالة السكون ، وعلى ذلك يتطلب الجسم اذا كان فى حالة الحركة قوة لاستمرار تلك الحركة ، فاذا توقفت هذه القوة عن العمل توقف الجسم عن الحركة • أما وجهة نظر القانون النيوتونى الصحيح ، فهى معاكسة لذلك كل العكاس ، فانها تنص على أن حالة الجسم الذى لا تعمل فيه قوة ما هى الحركة المنتظمة على خط مستقيم • ولا حاجة الى البحث عن قوة ولا عن تأثير خارجى مسبب لذلك • وبعبارة أخرى : ان الحركة المنتظمة على خط مستقيم هى التى تلازم الجسم دائما ، وان حالة السكون هى حالة خاصة بهذا النوع من الحركة ، وذلك حين تكون السرعة صفرا ، وتبقى كذلك • وعليه نحن لا نبحث عن مؤثر خارج حين يكون الجسم فى حركة الا لتعليل التغييرات التى تطرأ على معدل السرعة أو على وجهتها • وما دامت حركة الجسم بمعدل السرعة وبالوجهة أنفسهما ، فلا حاجة الى الاستعانة بقوى أخرى لتعليل حركته •

ان الفرق بين وجهتى النظر يتجلى بالرجوع الى نظرية حركة الكواكب السيارة ، فقد قال (كوبرنيكوس البولندى) المولود فى مدينة (ثورن) من بروسية الغربية (١٤٧٣-١٥٤٣) : ما أيسر الأمر لو تصورنا أن الكواكب السيارة ، وفيها الأرض ، هى التى تدور حول الشمس فى أفلاك تقرب من شكل الدائرة ! ثم جاء بعد ذلك (كبلر) الرياضى الألمانى فبرهن فى سنة ١٦٠٩م على أن أفلاك السيارات هى ، فى الحقيقة والفعل ، قطوع ناقصة ، وهى نوع خاص من المنحنيات البيضية الشكل • وسنعرض لها بتفصيل أكثر • وفى أثر ذلك ورد السؤال عن ماهية القوى التى تحفظ الكواكب فى هذه الحركة ، فعلى حسب النظرية الخاطئة القديمة التى كان يتمسك بها (كبلر) يجب أن يتطلب دوام السرعة الفعلية نفسها قوة ، ولذلك أخذ يتطلع الى القوى المماسة كما يظهر من الشكل الـ (٤) • ولكن على حسب نظرية (نيوتن) ينتج أنه فى حالة عدم وجود قوة ما يجب أن تسير الكواكب السيارة الى الأبد بسرعتها الحالية وعلى خط مستقيم ، فترحل نهائيا عن الشمس • ولذلك كان على (نيوتن) أن يفتش عن قوة تحنى مسير الحركة لتأخذ شكل القطع الناقص ، وقد رأى أن هذه القوة يجب أن تكون موجهة نحو الشمس ، كما يظهر فى الشكل الـ (٥) • والحقيقة أن هذه القوة هى قوة جذب الشمس تعمل على حسب قانون التناسب العكسى لمربع المسافة الذى مر ذكره •



(شكل ٤)



(الشكل - ٥)

ظهر علم الآلة (الميكانيكا) عند اليونان من ملاحظة نظرية الكفاءة الآلية (الميكانيكية) الحاصلة من استعمال العتلات ، ومن النظر فى المسائل المختلفة ذات العلاقة بأوزان الأجسام ، ولكنه وضع أخيرا على أسسه الصحيحة فى أواخر القرن السادس عشر ، وفى أثناء القرن السابع عشر كما سبق أن بيناه ، ولم يكن لوجدان تعليل لسقوط الأجسام حسب ، بل لوجدان نظرية علمية لحركات الكواكب وهذا فى الأغلب . ومنذ تلك الأيام أخذ علم الحركة (الديناميكا) على عاتقه واجبا أكثر طموحا حتى ليمكن الادعاء الآن بأنه المرجع الأخير للعلوم الطبيعية الأخرى ، وان هذه العلوم ليست الا فروعا له . ويلخص السبب لهذا الادعاء بما يأتى : ان الصفات المختلفة للأشياء التى ندركها بحواسنا ليست الا أسلوبنا الخاص بنا لادراك ما يطرأ من تغير على مواقع الأشياء فى الفراغ . مثال ذلك : نفرض أننا ننظر الى (كنيسة وستمنستر) ، فقد كانت قائمة فى محلها كالطود بلونها الرمادى عصورا خلت ، الا أن هذا اللون الرمادى يضفى على البناء ما يقوى شعورنا برسوخه ليس هو على حسب النظرية العلمية الحديثة الا أسلوبنا فى تعرف الحركات السريعة للذرات النهائية المؤلفة لوجه البناء ، التى تنقل اهتزازاتها مادة تسمى الأثير . ثم اننا لو وضعنا أيدينا على حجارته للاحظنا برودتها ، وانتظام درجة حرارتها ، وذلك مما يسبغ على المكان روح الطمأنينة والهدوء . ولكن هذا الشعور بدرجة الحرارة ، لا يدل الا على انتقال الحرارة من اليد الى الحجر أو العكس .

وليست الحرارة على حسب العلم الحديث الا تهيج ذرات الجسم وحركتها ، وأخيرا يبدأ الأرغن بالعزف فتسمع الصوت ، وهو نتيجة تموج الهواء وضربه طبلة الأذن .

ان محاولة تفسير الظاهرات الطبيعية تفسيرا حركيا (ديناميكيا) هو العمل على شرحها ببيانات ذات طابع عام تبين أن المادة كذا ، أو الجسم كذا ، كان فى المحل كذا ، وهو الآن فى محل آخر ، وهكذا نصل الى الفكرة الأساسية العظيمة للعلم الحديث ، وهى أن احساساتنا كافة هى نتيجة الموازنات بين الهيئات المتغيرة للأشياء فى الفراغ بأوقات مختلفة . ويترتب على ذلك أن قوانين الحركة ، أى قوانين التغير فى هيئات الأشياء ، هى القوانين النهائية فى علم الطبيعة .

واستخدام الرياضيات فى بحوث الفلسفة الطبيعية يجعل العلم يعمل بترتيب وانتظام ما يعمله التفكير المعتاد ، بطريقة النبه والاتفاق أى المصادفة . فحين نتحدث عن كرسى نقصد شيئا نراه ، أو نحس به بطريقة ما ، مع أن معظم حديثنا يتضمن افتراض وجود ذلك الشئ مستقلا عن بصرنا أو احساسنا . أما فى الفيزياء الرياضية ، فتتخذ طريقا معاكسا لذلك ، اذ يجرى تصور الكرسى دون الرجوع الى أحد بالذات ومن غير سلوك طريقة

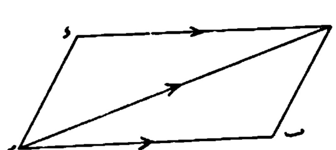
خاصة بالاحساس . وتكون النتيجة أن الكرسى يصبح فى الذهن طائفة من الذرات فى الفراغ ، أو مجموعة من الألكترونات ، أو جزءا من الأثير فى حالة الحركة ، أو على ما تصفه الاراء العلمية الشائعة ، أعنى أن العلم يحيلها الى أشـــياء متحركة فى الفراغ يؤثر بعضها فى حركات بعض . والعناصر أو العوامل المختلفة التى تدخل فى حسابات مجموعة من الحالات المتصورة ما هى الا الأشياء التى بها يتم تعيين مواقع الأشـياء فى الفراغ : كأطوال الخطوط ، وسعة الزوايا والمســاحات والحجوم . ومن البديهى أن حقيقــة الحركة والتغيير تتطلب ــ الى العناصر الهندسـية المذكورة ــ ضـرورة ادخال معدلات التغيرلهذه العناصر، ونعنى بذلك السرع، والسرعالزاوية والعجلة وما شاكلهما. وعلى هذا تتعامل الفيزياء الرياضية بالعلاقات التى بين الأعداد المتغيرة التى يفترض أنها تمثل العلاقات التى فى الطبيعة بين قياسات هذه العناصر الهندســية ومعـدل تغيرها ، والقوانين الرياضية تتعامل دائما بالمتغيرات ؛ ولا يعوض عن هذه المتغيرات بالأرقام الا اذا اقتضى الحال بين وقت وآخر تحقق صحة القــانون بالرجوع الى التجربة ، أو اذا أريد تطبيقه للوصول الى نتائج خاصة .

ان الشىء الممتع عن العالم حين تتصوره على هذا الشــكل المجرد وأنت تدرس الفيزياء الرياضية ــ التى تقصر عنايتها على مواقع الأشياء وأشكالها ، وما يطرأ عليها من تغير ــ هو أن حوادث هذا العالم المجرد كافية فى تفسير احساساتنا . مثال ذلك أن سماع الصوت ناشــىء عن اضطراب ذرات الهواء بطريقـــة خاصة ، فعند حدوث مثل هـــذا الاضطراب ، أو الموجات الهوائية كما يسمونها ، يسمع الناس الاعتياديو السمع صوتا ، وبمثل ذلك أو بما يوازيه ــ على حسب وجهات النظر المختلفة باختلاف الناس ــ تحدث احساساتنا الأخرى لأسباب أو بواعث طبيعية . ويبدو أن أفكارنا ذاتها تتغير بالتناظر مع هيأة المخ وحركته . فاذا أصاب المخ ضرر فان الأفكار يلحق بها الضرر أيضا . أضف الى ذلك أن حوادث هذا العالم المادى تتعاقب على حسب قوانين رياضية لا تعبأ باحساساتنا وعواطفنا وتفكيرنا .

ومما لا ريب فيه أن هـــذا هو المظهر العام لعـــلاقة الفيزياء الرياضية بعواطفنــا واحساساتنا وتفكيرنا . وكم أثار هذا البحث من جدل ومقالات طويلة ! وليست بنا حاجة الا ن الى أكثر من ملاحظة واحدة هى أن هذه الحالة بأسرها نشأت كما رأينا فى محاولتنا لوصف العالم الخارجى بشكل (تفسيرى) لعواطفنا واحساساتنا ، ذلك العالم الذى هو أيضا لا يتوقف على حواس معينة ولا على شخص معين . فهل هذا العالم يا ترى قصـــة خرافية فخمة ليس غير ؟ ان القصص الخرافية تكون فى العادة خيالية وكيفيــة . ولو

وجدنا حقا مثل هـــذا العالم ، لوجب أن يخضع لوصف متقن يحدد بالضبط أجزاءه المختلفة وربطها المتبادل • ومع أن العالم العلمى هذا يخضع لمثل هـذا الفحص خضوعا عظيما ، بحيث يمكن استقصاء حوادثه والتكهن فيها باستعمال أداة الأفكار الرياضيـــة المجردة ، يبدو بكل تأكيد أن علينــا أن نتثبت فى الطرائق الاســتقرائية من فرضيتنا الأساسية ، وأن نعترف بأن البرهان الاستقرائى لا يمكن أن يكون حاسما • واذا كانت الفكرة عن عالم ذى وجود مستقل عن حواسنا بأسرها خاطئة ، وجب أن نفسر بعنـاية الأسباب التى تجعل محاولاتنا لوصفها ، بدلالة ما توصلنا اليه من الآراء الرياضية التى تنطبق عليها ، تنتج مثل هذا النجاح الباهر •

وسنضرب تائهين فى بيداء واسعة اذا نحن دخلنا فى الشروح التفصيلية للقوانين الأخرى للحركة ، ولذلك سنحرر بقية هذا الفصل لشرح عدة من الآراء القيمة التى تعد أساسية لكل من الفيزياء الرياضية والرياضيات البحتة ، وهى فكرة الكميات المتجهة وكيفيـــة جمعها بقانون متوازى الأضلاع • لقد سبق أن علمنا أن قوام الحركة هو أن جسما ما كان فى (آ) ثم صار فى (حـ) ، ولتحـديد حركة الانتقال هذه من (آ) الى (حـ) انتقالا كاملا يقتضى البت فى أمرين : هما مقدار الحركة (أى طول آ حـ) ، ووجهتها • وأن كل شىء كهذا الانتقال ، يتعين بالضبط كما تعين هو ، أى بمجرد معرفة مقـــدار واتجاه يسمى بالمتجــه (Vector) • مثال ذلك : أن تعريف السرعة يتطلب تحديد مقدار واتجاه ، اذ يجب أن يقال : انها كذا ميلا فى الساعة ، وفى الوجهة كذا • وخير مثال يوضـــح ضرورة وجود هذين العاملين وتمايزهما لتحـديد الســـرعة هو عمل ربان الســـفينة حين يتصـــل بمرؤوسيه الكثيرين لتعيين هذين العاملين • فيخبر رئيس المهندسين بعدد العقد البحرية فى الساعة التى يجب أن تمخر السفينة بموجبها ، ويخبر مدير السكان بوجهة الســـير الذى يجب أن يستمر فيه على حسب البوصلة • ومعدل تغير السرعة ، أى ازديادها فى وحدة زمنية ، هو كمية متجهة أيضا • ومثل ذلك يقال فى القوة بمعناها الحركى (الديناميكى) ، أعنى أنها كمية متجهة • والحقيقة أن الطبيعة الاتجاهية فى القوة تنشـــأ من الفور ــ على حسب القواعد الحركية (الديناميكية) ــ عن مماثلاتها فى الحركة والعجلة • ولكن هذه قضية ليست بنا حاجة الى بحثها ، بل يكفى أن نقول هنا : ان القوة تعمل على الجســـم بمقدار معلوم ووجهة خاصة •



(شكل ١)

ان جميع المتجهات (Vectors) يمكن تمثيلها تمثيلا بيانيا بخطوط مستقيمة ،

وكل ما يطلب عمله للوصول الى ذلك هو أن ينظم (أولا) المقياس الذى ستمثل بموجبه وحدات المقدار بوحدات من الطول ، كأن يقال مثلا فى حالة السرع ان الانج الواحد يمثل سرعة ١٠ أميال فى الساعة ، أو فى حالة القوى انه يمثل ما وزنه ١٠ أطنان ، و (ثانيا) أن تكون وجهة المستقيم فى الشكل مطابقة لاستقامة المتجه (Vector) ، وبعد ذلك نرسم مستقيما بهذه الوجهة بحيث يكون طوله المقدار المطلوب من الانجات ، فيكون هذا المستقيم هو الذى يمثل المتجه بالمقياس الذى وقع الاختيار عليه . وهذا التمثيل التصويرى للمتجهات يأتى فى المرتبة الأولى من الأهمية ، فبالاعتماد عليه تتمكن من الاعراب عن قانون متوازى الأضلاع الشهير الذى به تجمع المتجهات اذا كانت من جنس واحد وبوجهات مختلفة .

لنعد الآن المتجه (Vector) آ حـ فى الشكل الـ (٦) يمثل انتقال جسم من آ الى حـ ، ولنسمه متجه الانتقال (Vector of Transpotation) ، فمما يدعو الى الملاحظة أنه اذا صح امكان اختزال الظاهرات الطبيعية الى مجرد تعبير فى المواقع ، كما بينا آنفا ، فان أنواع المتجهات الطبيعية كافة يمكن فى الحقيقة اختزالها ـ بشكل من الأشكال ـ الى هذا النوع الواحد ، ويمكن الوصول الى النتيجة عينها للانتقال النهائى من آ الى حـ ، وذلك بأن يجرى النقل من آ الى ب ، ثم من ب الى حـ ، أو باكمال متوازى الأضلاع آ ب حـ د يمكن اجراء الانتقال نفسه ، وذلك بأن يبدأ من آ الى د ، ثم من د الى حـ ، ويقال لمثل هذه التنقلات المتتالية : انها جمعت . وهذا هو مجرد تعريف لما نعنيه بقولنا : (جمع التنقلات) . ولنلاحظ أكثر من ذلك أننا اذا عددنا الخطوط المستقيمة المتوازية خطوطا مرسومة بالوجهة عينها ، فيمكننا أن نعد الانتقالين من ب الى حـ أو من آ الى د كانتقال واحد حدث لجسمين كان موقعاهما البدائيان ب ، آ ، وبهذه النظرة يجوز لنا القول بأن الانتقال من آ الى د أجرى على جسم ، أيا كان موقعه ، وليكن ب ، وعلى ذلك يكون فى وسعنا القول بأن الانتقال من آ الى حـ يمكن تصوره كمجموع انتقالين من آ الى ب ، ومن آ الى د ، حدثا بأى ترتيب كان . وهكذا نحصل على قانون متوازى الأضلاع لجميع التنقلات ، وهو اذا حدث التنقل من آ الى ب ، ومن آ الى د ، فما علينا الا أن نكمل المتوازى الأضلاع آ ب حـ د فيكون المجموع آ حـ .

ويلوح كل ذلك بديا كأنه أمر مصطنع ، مع أننا يجب أن نلحظ أن الطبيعة نفسها هى التى تقدم لنا هذه الفكرة ، مثال ذلك : أن باخرة تسير فى وجهة آ د (الشكل ٦) وفيها رجل يقطع ظهرها عرضا ، فلو أن الباخرة كانت واقفة لبلغ نقطة ب فى دقيقة واحدة . ولكن فى تلك الدقيقة تكون نقطة البداية على ظهر الباخرة قد وصلت

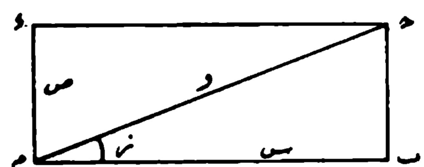
الى د ، وتحول طريقه من آ ب الى د حـ بحيث أصبح هذا الانتقال بالواقع من آ الى حـ على سطح البحر • على أن هذا المجموع ظهر لنا محللا الى انتقالين : الأول من آ الى ب بالنسبة للباخرة ، والآخر من آ الى د وهو انتقال الباخرة •

واذا نظرنا الى عنصر الزمن ، وهو دقيقة واحدة ، فان آ حـ فى الشكل يمثل حينئذ سرعة الرجل ، وذلك أنه اذا كانت آ حـ تمثل عددا من أقدام الانتقال فانها تمثل العدد نفسه من الأقدام فى الدقيقة الواحدة ، أى سرعة الرجل ، وعلى ذلك يمثل آ ب ، آ د سرعتين ، هما سرعة الرجل بالنسبة لسطح الباخرة ، وسرعة الباخرة نفسها • ومن مجموعهما تتألف سرعة الرجل النهائية • ويتضح من ذلك أن الأشكال والتعريفات المتعلقة بهذه التنقلات يمكن تحويلها الى أشكال وتعريفات تتعلق بالسرع ، وذلك بأن تكون التنقلات حدثت فى وحدة زمنية • كذلك يمكن تحويل الأشكال والتعريفات ذات العلاقة بالسرع الى أشكال وتعريفات عن العجلة ، وذلك بأن نتصور هذه الأشكال تمثل السرعة الاضافية فى وحدة الزمن •

يتضح مما سبق ما نعنيه بجمع السرع المتجهة أو العجلات المتجهة ، هو جمعها بقانون متوازى الأضلاع •

ولما كانت القوة — بحسب قوانين الحركة — تمثل بالعجلة المتجهة التى تحدثها فى جسم له كتلة معينة ، كان جمع قوتين لمعرفة أثرهما المشترك ، على حسب قانون متوازى الأضلاع •

ونلخص ما تقدم بأن جمع كل متجهين من جنس واحد من المتجهات العلمية الأساسية كالانتقالات والسرع والقوى يتم بوجدان محصلة متجهة على حسب قانون متوازى الأضلاع •



(شكل — ٧)

يعد المستطيل من أبسط أنواع متوازيات الأضلاع ، وهو فى الرياضيات البحتة يدل على علاقة كثيرة الوقوع بين المتجه الواحد آ حـ والمتجهين المركبين المتعامدين آ ب ، آ د (الشكل الـ ٧) • فاذا فرضنا أن س ، ص ، و ، تمثل عدد وحدات الطول فى كل من آ ب و آ حـ و آ د ، وأن ز تمثل عدد وحدات الزاوية ب آ حـ ، فان العلاقة بين س ، ص ، و ، ز ، بأشكالها الكثيرة هى من الموضوعات الدائمة فى الرياضيات البحتة ونتائجها تستخدم فى حساب المتجهات الأساسية فى الفيزياء الرياضية • وهذا الشكل هو الجسر الرئيس الذى يجب أن تجتازه نتائج الرياضيات البحتة كيما يمكن استخدامها فى حقائق الطبيعة •